

第2讲 平行线的性质与判定（练习）

一、平行线定义及平行公理

1. 下列说法正确的是（ ）。

- A. 不相交的两条直线叫做平行线
- B. 同一平面内，过任意一点可作一条直线与已知直线平行
- C. 与同一条直线相交的两条直线必相交
- D. 同一平面内，过任意一点可作一条直线与已知直线垂直

【答案】 D

【解析】 A选项错误，正确说法是“同一平面内的两条不相交的直线是平行的”；

B选项错误，正确说法是“同一平面内过已知直线外一点，可作一条直线与已知直线平行”；

C选项错误，反例如：长方形（矩形）的两条长边都与宽相交、但这两条长所在直线平行。

故选D。

【标注】【知识点】直线的位置关系

2. 下列说法中，正确的是（ ）。

- A. 在平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线平行。
- B. 在平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直。
- C. 从直线外一点作这条直线的垂线段叫做点到这条直线的距离。
- D. 在平面内，同时垂直于两条平行线，并且夹在这两条平行线间的线段叫做这两条平行线的距离

【答案】 B

【解析】 A．如果是直线上的点，则无法作出这条直线的平行线。

B．在平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，正确。

C．从直线外一点作这条直线的垂线段，垂线段的长度叫做点到这条直线的距离。

D．在平面内，同时垂直于两条平行线，并且夹在这两条平行线间的线段的长度叫做这两条平行线的距离。

【标注】【知识点】平行线的性质

3. 下列语句正确的有（ ）个 .

- ①任意两条直线的位置关系不是相交就是平行 .
- ②过一点有且只有一条直线和已知直线平行 .
- ③过两条直线 a 、 b 外一点 P ，画直线 c ，使 $c//a$ ，且 $c//b$.
- ④若直线 $a//b$ ， $b//c$ ，则 $c//a$.
- ⑤若直线 $a//b$ ， $b//c$ ，则 $a//c$ 的依据是等量代换

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】 A

【标注】【知识点】直线的位置关系

4. 下列说法中，正确的是（ ） .

- A. 若两条线段不相交，则它们互相平行
- B. 若直线 $a//b$ ， $a//c$ ，则 $b//c$
- C. 一条直线的平行线有且只有一条
- D. 两条不相交的直线叫做平行线

【答案】 B

【解析】 A、根据平行线的定义知是错误的，

C、过直线外一点，有且只有一条直线与已知直线平行，故错误，

D、平行线，在同一平面，两条不相交的直线叫做平行线，故错误 .

【标注】【知识点】直线的位置关系；平行公理及其推论

5. 下列说法中正确的是（ ） .

- A. 如果同一平面内的两条线段不相交，那么这两条线所在直线互相平行
- B. 不相交的两条直线一定是平行线
- C. 同一平面内两条射线不相交，则这两条射线互相平行
- D. 同一平面内有两条直线不相交，这两条直线一定是平行线

【答案】 D

【解析】 A . 如果同一平面内的两条直线不相交，那么这两条线所在直线互相平行，故本选项错误；

- B. 同一平面内不相交的两条直线一定是平行线，故本选项错误；
 C. 同一平面内两条射线所在的直线不相交，则这两条射线互相平行，故本选项错误；
 D. 同一平面内有两直线不相交，就平行，正确．

【标注】【知识点】平行线判定

6. 在同一平面内有 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{97}$ ，共97条直线，如果 $a_1 // a_2, a_2 \perp a_3, a_3 // a_4, a_4 \perp a_5, a_5 // a_6, a_6 \perp a_7 \dots$ ，那么 a_1 与 a_{97} 的位置关系是 _____ ．

【答案】平行

【解析】方法一： $a_1 // a_2, a_2 \perp a_3, a_3 // a_4, a_4 \perp a_5, a_5 // a_6, a_6 \perp a_7, \dots$ ，

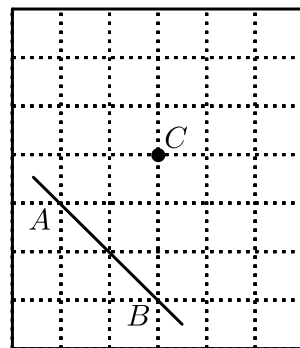
所以 $a_1, a_2, a_5, a_6, \dots, a_{4n+1}, a_{4n+2}$ 相互平行，

则 a_1 与 a_{97} 的位置关系是平行．

方法二：寻找规律， $a_1 // a_2, a_1 \perp a_3, a_1 \perp a_4; a_1 // a_5, a_1 // a_6, a_1 \perp a_7, a_1 \perp a_8 \dots$ ，
 4个一循环， $97 \div 4 = 24 \dots 1$ ，所以 $a_{97} // a_1$ ．

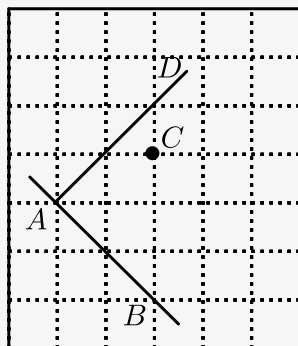
【标注】【知识点】平行线判定

7. 如图，在正方形网格中的每个小正方形边长都为1个单位长度，我们把每个小正方形的顶点称为格点，请分别仅用一把无刻度的直尺画图：

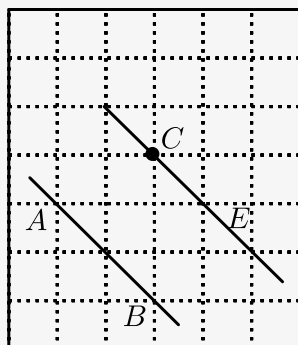


- (1) 过点A画一条AB的垂线．
 (2) 过点C画一条AB的平行线．

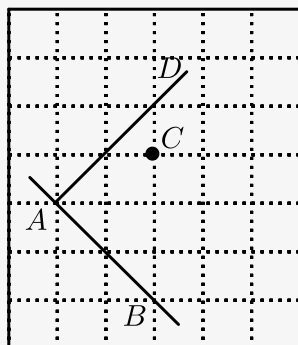
【答案】(1)



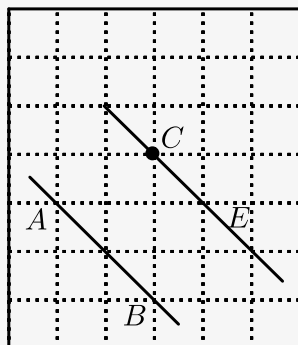
(2)



【解析】(1) 如图所示，直线 AD 即为所求：



(2) 如图所示，直线 CE 即为所求：

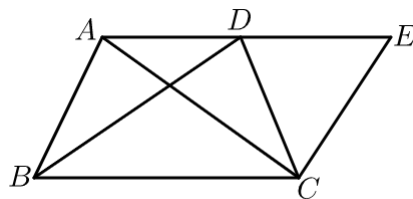


【标注】【知识点】过一点作已知直线的平行线

【知识点】过一点作已知直线的垂线

二、平行线的判定

8. 如图，点 D 在线段 AE 上，下列四个条件：① $\angle EDB + \angle CBD = 180^\circ$ ；② $\angle DAC = \angle BCA$ ；③ $\angle ABD = \angle CDB$ ；④ $\angle ADB = \angle CBD$ ，其中能判断 $AD \parallel BC$ 的有 _____ .



【答案】 ①②④

【解析】 ① $\angle EDB + \angle CBD = 180^\circ$ ，同旁内角互补，两直线平行，可以判定 $AD \parallel BC$.

② $\angle DAC = \angle BCA$ ，内错角相等，两直线平行，可以判定 $AD \parallel BC$.

③ $\angle ABD = \angle CDB$ ，不能判定 $AD \parallel BC$.

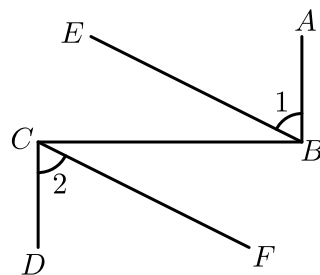
④ $\angle ADB = \angle CBD$ ，内错角相等，两直线平行，可以判定 $AD \parallel BC$.

能判断 $AD \parallel BC$ 的有①②④ .

【标注】【知识点】平行线判定

9. 已知，如图， $AB \perp BC$ ， $BC \perp CD$ ，且 $\angle 1 = \angle 2$.

求证： $BE \parallel CF$.



证明：（请在横线上填入合适的推理及理由）

$\because AB \perp BC$ ， $BC \perp CD$ （已知），

$\therefore \angle \underline{\hspace{1cm}} = \angle \underline{\hspace{1cm}} = 90^\circ$ （ _____ ） ，

$\because \angle 1 = \angle 2$ （已知），

$\therefore \angle \underline{\hspace{1cm}} = \angle \underline{\hspace{1cm}}$ （ _____ ） ，

$\therefore BE \parallel CF$ _____ .

【答案】 ABC ； BCD ；垂直定义； CBE ； BCF ；等式的性质；内错角相等，两直线平行

【解析】 $\because AB \perp BC, BC \perp CD$ (已知),

$\therefore \angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ (垂直定义),

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (已知),

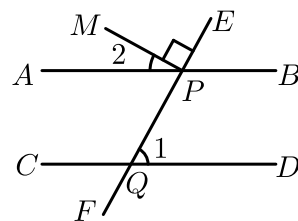
$\therefore \angle CBE = \angle BCF$ (等式的性质),

$\therefore BE \parallel CF$ (内错角相等, 两直线平行).

故答案为: ABC, BCD , 垂直定义, CBE, BCF , 等式的性质, 内错角相等, 两直线平行.

【标注】【知识点】平行线补充条件或证明依据

10. 已知: 如图, 直线 EF 分别与直线 AB, CD 相交于点 P, Q , PM 垂直于 EF , $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$.
求证: $AB \parallel CD$.



【答案】证明见解析.

【解析】 $\because PM \perp EF$ (已知),

$\therefore \angle APQ + \angle 2 = 90^\circ$ (垂直定义).

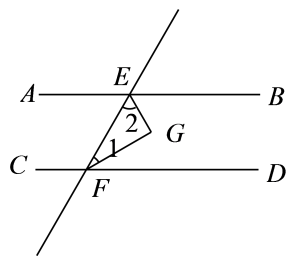
$\because \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ (已知)

$\therefore \angle APQ = \angle 1$ (同角的余角相等).

$\therefore AB \parallel CD$ (内错角相等, 两直线平行).

【标注】【知识点】平行线判定

11. 已知: 如图, AB, CD 被 EF 所截, EG 平分 $\angle BEF$, FG 平分 $\angle EFD$, 且 $EG \perp GF$.
证明: $AB \parallel CD$.



【答案】证明见解析 .

【解析】由题意可知： $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$

又 $\because EG$ 平分 $\angle BEF \therefore \angle 2 = \angle BEG$

GF 平分 $\angle EFD \therefore \angle 1 = \angle GFD$

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle BEG + \angle GFD = 90^\circ$

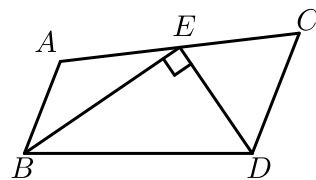
即 $\angle 1 + \angle 2 + \angle BEG + \angle GFD = 180^\circ$

即 $\angle BEF + \angle EFD = 180^\circ$

$\therefore AB \parallel CD$ (同旁内角互补，两直线平行)

【标注】【知识点】平行线判定

12. 已知：如图， BE 平分 $\angle ABD$ ， DE 平分 $\angle CDB$ ， BE 和 DE 相交于 AC 上一点 E ， $\angle BED = 90^\circ$. 证明： $AB \parallel CD$.



【答案】证明见解析 .

【解析】在 $\triangle BDE$ 中， $\because \angle BED = 90^\circ$ ， $\angle BED + \angle EBD + \angle EDB = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle EBD + \angle EDB = 180^\circ - \angle BED = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

又 $\because BE$ 平分 $\angle ABD$ ， DE 平分 $\angle CDB$ ，

$\therefore \angle ABD = 2\angle EBD$ ， $\angle CDB = 2\angle EDB$ ，

$\therefore \angle ABD + \angle CDB = 2(\angle EBD + \angle EDB) = 2 \times 90^\circ = 180^\circ$ ，

$\therefore AB \parallel CD$.

【标注】【知识点】平行线与角平分线综合

三、 平行线的性质

13. 下列说法错误的有 () 个

- ①两条直线被第三条直线所截，同位角相等，内错角相等，同旁内角互补 .
- ②三条直线 a 、 b 、 c . 若 $a \parallel b$ ， $b \parallel c$ ，则 $a \parallel c$ ；同理，若 $a \perp b$ ， $b \perp c$ ，则 $a \perp c$.
- ③已知 $\angle \alpha$ 的两边与 $\angle \beta$ 的两边平行，若 $\angle \alpha = 48^\circ$ ，则 $\angle \beta = 48^\circ$.

④若 $AB \parallel CD$, $CD \parallel EF$, 则 $AB \parallel EF$. 理由是等量代换.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】 D

【解析】 ①当两条直线平行时此结论才成立, 故①错;

②当 $a \perp b$, $b \perp c$, 则 a 不一定垂直 c , ②错;

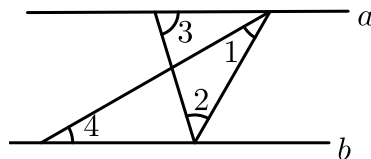
③ $\angle\beta$ 可能等于 132° , ③错;

④理由是平行公理, ④错.

【标注】【知识点】平行线的性质

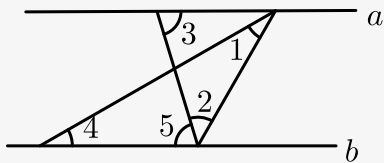
【知识点】垂线的性质

14. 如图, $a \parallel b$, $\angle 1 + \angle 2 = 75^\circ$, 则 $\angle 3 + \angle 4 = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 105°

【解析】 如图,



$\because a \parallel b$,

$\therefore \angle 3 = \angle 5$.

又 $\angle 1 + \angle 2 = 75^\circ$, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$,

$\therefore \angle 5 + \angle 4 = 105^\circ$,

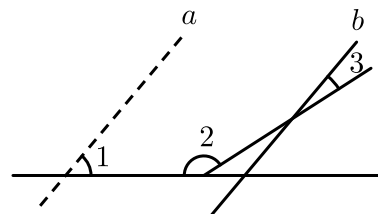
$\therefore \angle 3 + \angle 4 = \angle 5 + \angle 4 = 105^\circ$.

故答案是: 105° .

【标注】【能力】推理论证能力

【知识点】平行线的性质

15. 如图, $\angle 1 = 50^\circ$, 直线 a 平移后得到直线 b , 则 $\angle 2 - \angle 3 = (\quad)$.



A. 130°

B. 120°

C. 100°

D. 80°

【答案】 A

【解析】 方法一：如图：

$$\angle 1 = \angle 5 = 50^\circ$$

,

$\therefore$

$$\angle 3 + \angle 4 = 50^\circ$$

①,

$$\text{又} \because \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ \text{ ②},$$

$$\therefore \text{②} - \text{①} : \angle 2 - \angle 3 = 130^\circ.$$

故选A.

方法二：如图，

$\because$ 直线 a 平移后得到

直线 b ,

$$\therefore a \parallel b,$$

$\therefore$

$$\angle 1 + \angle ABO = 180^\circ,$$

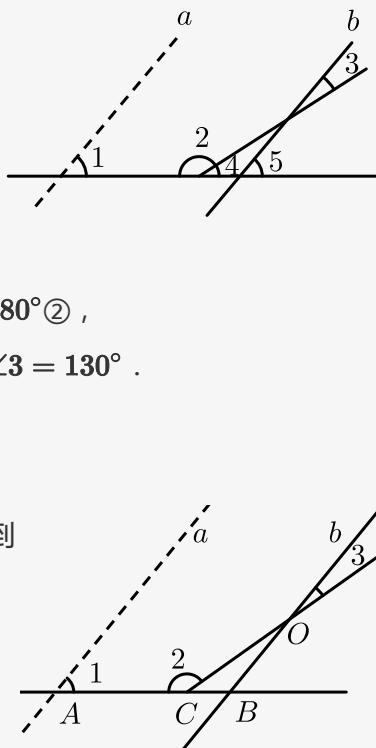
$$\because \angle 1 = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = 130^\circ,$$

$$\because \angle 3 = \angle BOC, \angle 2 = \angle BOC + \angle ABO,$$

$$\therefore \angle 2 - \angle 3 = \angle 2 - \angle BOC = \angle ABO = 130^\circ.$$

故选A.

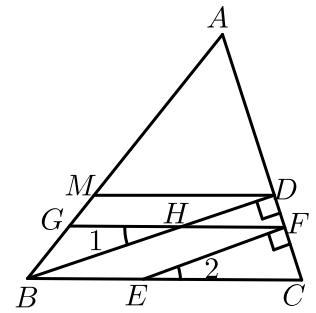


【标注】 【能力】推理论证能力

【知识点】平行线的性质

【知识点】角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

16. 如图, $BD \perp AC$ 于 D , $EF \perp AC$ 于 F , $DM \parallel BC$, $\angle 1 = \angle 2$. 求证: $\angle AMD = \angle AGF$.



【答案】证明见解析 .

【解析】 $\because BD \perp AC, EF \perp AC,$

$\therefore BD \parallel EF,$

$\therefore \angle 2 = \angle CBD,$

$\therefore \angle 2 = \angle 1,$

$\therefore \angle 1 = \angle CBD,$

$\therefore GF \parallel BC,$

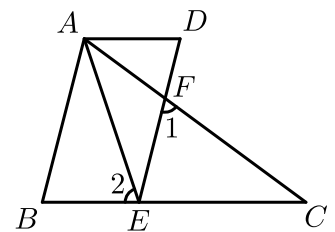
$\therefore BC \parallel DM,$

$\therefore MD \parallel GF,$

$\therefore \angle AMD = \angle AGF.$

【标注】【知识点】平行线判定与性质的综合

17. 已知如图, $\triangle ABC$, 过点A作 $\angle DAE = \angle BAC$, 且 $AD \parallel BC$, $\angle 1 = \angle 2$.



(1) 求证 $AB \parallel DE$.

(2) 若已知 AE 平分 $\angle BAC$, $\angle C = 35^\circ$, 求 $\angle BAD$ 的度数.

【答案】(1) 证明见解析 .

(2) 证明见解析 .

【解析】(1) $\because AD \parallel BC,$

$\therefore \angle DAE = \angle 2,$

$\therefore \angle 1 = \angle 2,$

$$\therefore \angle DAE = \angle 1,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle 1,$$

$$\therefore AB \parallel DE.$$

$$(2) \because \angle DAE = \angle BAE,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle EAC = \angle DAC + \angle EAC,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAC,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle C = \angle DAC,$$

$$\therefore \angle C = \angle BAE = \angle DAC = 35^\circ,$$

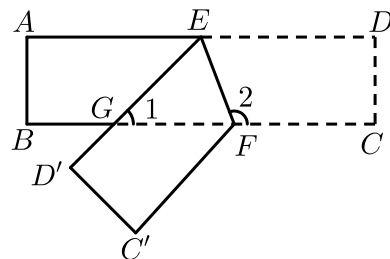
$$\therefore AE \text{ 平分 } \angle BAC,$$

$$\therefore \angle BAC = 2\angle BAE = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle BAC + \angle CAD = 105^\circ.$$

【标注】【知识点】平行线判定与性质的综合

18. 如图，将一张长方形纸片 $ABCD$ 沿 EF 折叠后，点 C 、 D 分别落在 C' 、 D' 的位置， $D'E$ 与 BC 相交于点 G 。若 $\angle 1 = 40^\circ$ ，则 $\angle 2 = \underline{\quad\quad}^\circ$ 。



【答案】110

【解析】 $\because AD \parallel BC,$

$$\therefore \angle 1 + \angle GED = 180^\circ,$$

$$\because \angle 1 = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle GED = 140^\circ,$$

$\because$ 折叠,

$$\therefore \angle DEF = \frac{1}{2} \angle GED = 70^\circ,$$

$\because AD \parallel BC,$

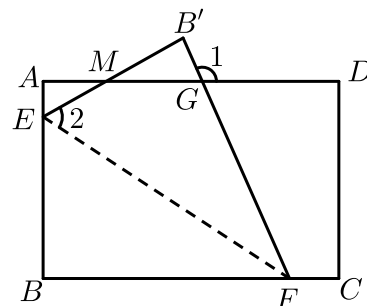
$$\therefore \angle 2 + \angle DEF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 110^\circ ,$$

故答案为：110 .

【标注】【知识点】平行线相关折叠问题

19. 已知长方形 $ABCD$, E 点和 F 点分别在 AB 和 BC 边上 , 如图将 $\triangle BEF$ 沿着 EF 折叠以后得到 $\triangle B'EF$, $B'E$ 与 AD 相交于点 M , $B'F$ 与 AD 相交于点 G , 则 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的数量关系为 _____ .



【答案】 $\angle 1 = 2\angle 2$

【解析】由题意得 $\angle 2 = \angle BEF$, $\angle BFE = \angle B'FE$,

$\triangle BEF$ 中 , $\angle BEF + \angle BFE = 90^\circ$,

$$\therefore \angle 2 + \angle BFE = 90^\circ ,$$

$$\because AD \parallel BC ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle B'FC ,$$

$$\because \angle B'FC + \angle B'FB = 180^\circ ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle B'FB = 180^\circ ,$$

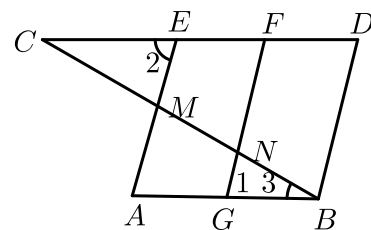
$$\text{又 } \angle B'FB = 2\angle BFE ,$$

$$\therefore \angle 1 = 2\angle 2 .$$

【标注】【知识点】平行线相关折叠问题

四、 平行综合

20. 已知：如图 , $AE \perp BC$ 于 M , $FG \perp BC$ 于 N , $\angle 1 = \angle 2$, $\angle D = \angle 3 + 60^\circ$, $\angle CBD = 70^\circ$.



(1) 求证： $AB \parallel CD$.

(2) 求 $\angle C$ 的度数 .

【答案】 (1) 证明见解析 .

(2) 25° .

【解析】 (1) $\because AE \perp BC$,

$$\therefore \angle 4 = 90^\circ ,$$

$$\because FG \perp BC ,$$

$$\therefore \angle 5 = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 5 ,$$

$$\therefore AE \parallel GF ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle A ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 ,$$

$$\therefore \angle A = \angle 2 ,$$

$$\therefore AB \parallel CD .$$

(2) $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle C = \angle 3 ,$$

$$\angle D + \angle DBG = 180^\circ ,$$

$$\therefore \angle D = \angle 3 + 60^\circ , \angle CBD = 70^\circ$$

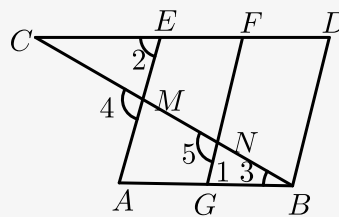
,

$$\therefore \angle D + \angle DBG = \angle 3 + 60^\circ + \angle 3 + 70^\circ = 2\angle 3 + 130^\circ = 180^\circ ,$$

$$\therefore \angle 3 = 25^\circ ,$$

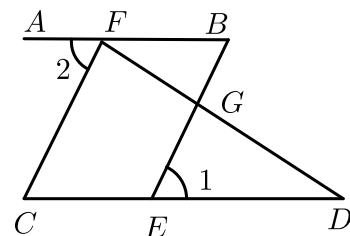
$$\therefore \angle C = \angle 3 ,$$

$$\therefore \angle C = 25^\circ .$$



【标注】【知识点】平行线判定

21. 已知：如图， $\angle C = \angle 1$ ， $\angle 2$ 和 $\angle D$ 互余， $BE \perp FD$ 于G点．求证： $AB \parallel CD$.



【答案】证明见解析．

【解析】方法一： $\because \angle C = \angle 1$ ，

$$\therefore CF \parallel EB.$$

$$\therefore \angle 2 = \angle B,$$

$$\therefore BE \perp FD,$$

$$\therefore \angle EGD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle D = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle 2 + \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle B,$$

$$\therefore AB \parallel CD.$$

方法二： $\because \angle C = \angle 1$ （已知）

$\therefore BE \parallel CF$ （同位角相等，两直线平行）

又： $BE \perp FD$ （已知）

$\therefore \angle CFD = \angle EGD = 90^\circ$ （两直线平行，同位角相等）

又： $\angle 2 + \angle D = 90^\circ$ （已知）

$\therefore \angle AFD + \angle D = 180^\circ$ （等式的性质）

$\therefore AB \parallel CD$ （同旁内角互补，两直线平行）．

【标注】【知识点】平行线判定与性质的综合

22. 如图1，已知 $AB \parallel CD$ ，直线 EF 分别交 AB ， CD 于点 M ， N ．

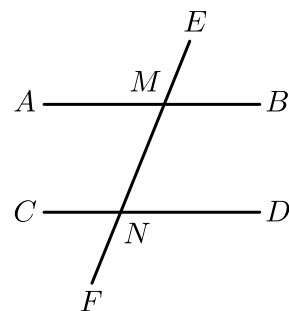


图1

(1) 若 $\angle END = 68^\circ$, 求 $\angle BMF$ 的度数 .

(2) 若 MP, NQ 分别平分 $\angle BMF, \angle CNE$, 其他条件不变 , 如图2所示 , 试说明 $MP \parallel NQ$.

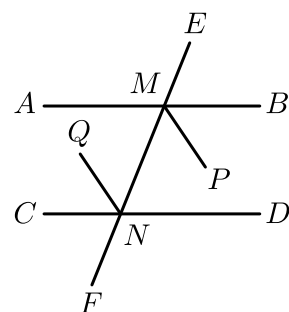


图2

【答案】 (1) 112° .

(2) 证明见解析 .

【解析】 (1) $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle BME = \angle END = 68^\circ ,$$

$$\therefore \angle BMF = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ .$$

(2) $\because MP, NQ$ 分别平分 $\angle BMF, \angle CNE$,

$$\therefore \angle PMN = \frac{1}{2} \angle BMF , \angle MNQ = \frac{1}{2} \angle CNM ,$$

$$\because AB \parallel CD ,$$

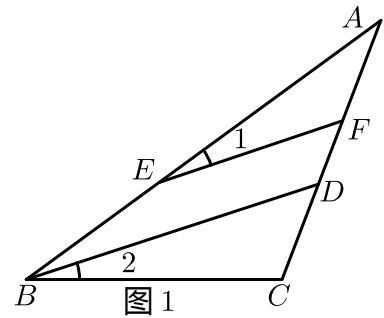
$$\therefore \angle BMF = \angle CNM ,$$

$$\therefore \angle PMN = \angle MNQ ,$$

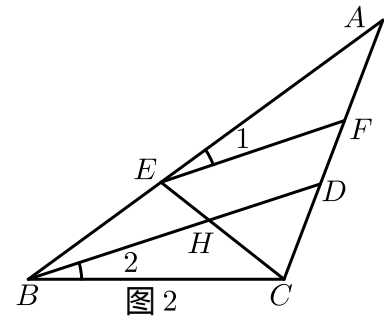
$$\therefore MP \parallel NQ .$$

【标注】【知识点】平行线判定与性质的综合

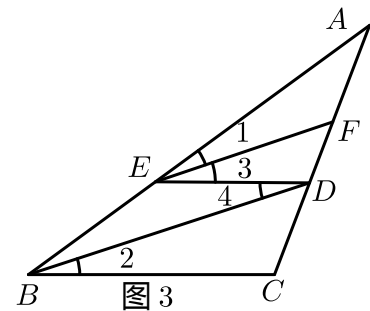
23. 如图1 , BD 平分 $\angle ABC$, E 在 AB 上 , F 在 AC 上 .



(1) 如图2, 连接 CE 交 BD 于 H , 若 $\angle FEH + \angle DHE = 180^\circ$, 求证: $\angle 1 = \angle 2$.



(2) 如图3, 连接 ED , 若 $ED \parallel BC$, $\angle 3 = \angle 4$, 求证: EF 平分 $\angle AED$.



【答案】 (1) 证明见解析 .

(2) 证明见解析 .

【解析】 (1) $\because \angle FEH + \angle DHE = 180^\circ$,

$\therefore EF \parallel BD$ (同旁内角互补, 两直线平行),

$\therefore \angle 1 = \angle ABD$ (两直线平行, 同位角相等),

又 $\because BD$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle 2 = \angle ABD$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$.

(2) $\because ED \parallel BC$,

$\therefore \angle 2 = \angle 4$ (两直线平行, 内错角相等),

又 $\because \angle 3 = \angle 4$,

$\therefore \angle 2 = \angle 3$,

$\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle 2 = \angle ABD ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4 ,$$

$$\therefore EF // BD \text{ (内错角相等 , 两直线平行)} ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle ABD \text{ (两直线平行 , 同位角相等)} ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 ,$$

$$\therefore EF \text{ 平分 } \angle AED .$$

【标注】【知识点】角分线性质定理

【知识点】平行线的性质

【能力】推理论证能力

【思想】数形结合思想